Bewertung optischer Systeme

7. Gütekriterien

Herbert Gross

Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

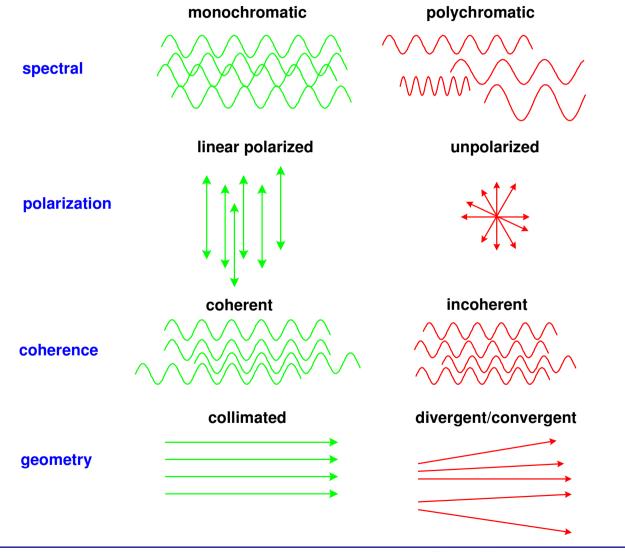
Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Arten von Gütekriterien

• Eigenschaften des Lichtes



Qualitätskriterien / Überblick

- Geometrisch-optische Kriterien :
 - Bildfehler
 - Spotdiagramme
 - Homogenität Beleuchtungsintensität
- Wellenfläche:
 - Aberrationskoeffizienten
 - PV-, Rms-Wert
- Punktbild:
 - Strehlsche Definitionshelligkeit
 - Momente der Verteilung
- Auflösung und Kontrast :
 - 2-Punktauflösung
 - Modulationsübetragungsfunktion, Kontrast und Linienauflösung
 - Kantenschärfe
- Sonstige :
 - M²
 - Energiefunktion
 - Fidelity, Sharpness, Korrelation, Strukturgehalt,...

Inhalt / Übersicht

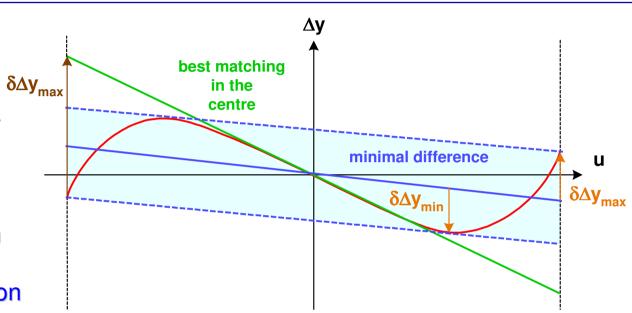
7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Beste Auffangebene

Beste Auflösung :
 Bildkern optimiert,
 Tangente an Querabwei chungskurve

Bester Kontrast :
 Ausgemittelte Gerade an Querabweichungskurve,
 kleinste Maximalaberration



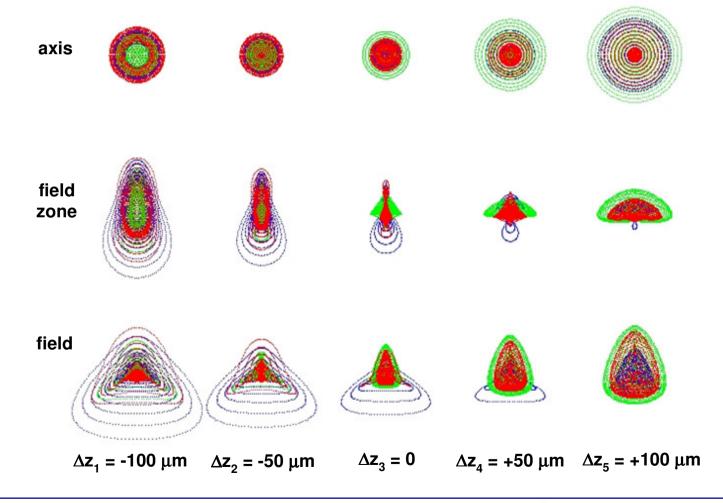
 Verschiedene Kriterien liefern allgemein andere bestmögliche Auffang-Ebenen

$$\frac{\partial W_{rms}}{\partial \Delta z} = 0$$

$$\frac{\partial D_s}{\partial \Delta z} = 0$$

Beste Fokusebene

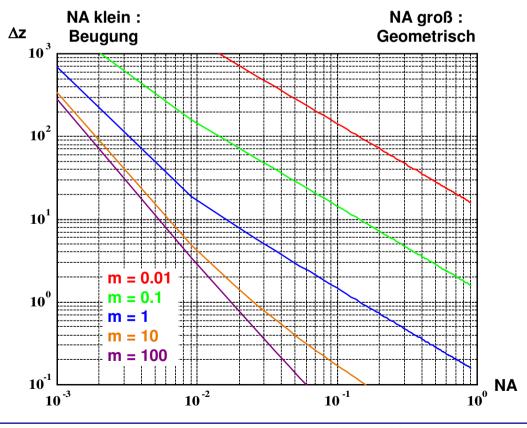
- Allgemeine Funktion von Farbe und Feldposition
- Geometrischer Spot



Schärfentiefe: visuell

- Schärfentiefe bei visueller Betrachtung :
 - Modell nach Abbe / Berek
 - Grenzwinkel 2' angenommen
 - Geometrischer und Beugungsanteil
 - Augen-Akkomodation geht ein
 - Systemvergrößerung m geht ein
 - halb-empirisches Ergebnis(Din-Norm)

$$\Delta z_{vis} = \frac{\lambda}{2 \cdot NA^2} + \frac{[mm]}{7 \cdot m \cdot NA}$$



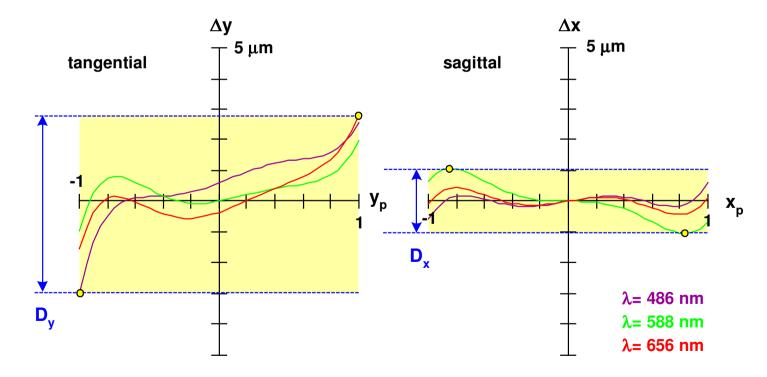
Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

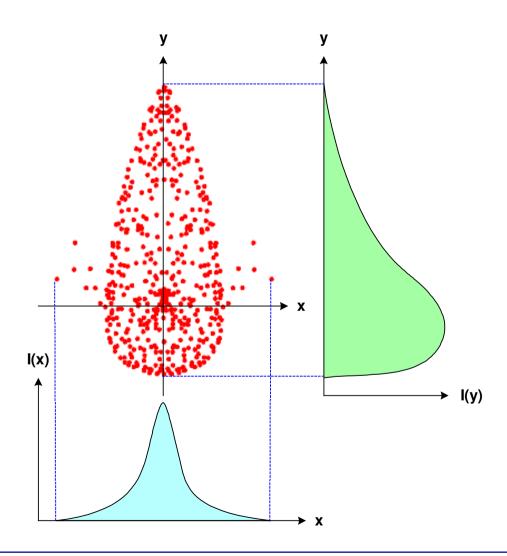
Transversale Aberrationen

- Klassische Bildfehlerkurven
- Relation zum Spotdiagramm
- In der Regel nur Rasterung der Pupille auf den Achsen, keine Information über die Quadranten



Transversale Aberrationen

- Strahldichte im Spotdiagramm
- Geometrische N\u00e4herung f\u00fcr die Intensit\u00e4tsverteilung



Gaussmoment

• Beliebige Spotfigur mit Querabweichungen Δx_j und Δy_j . Schwerpunkt der Figur $\emptyset = 2 \cdot \sqrt{M_G}$

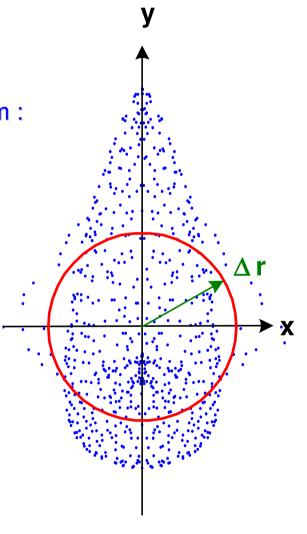
Ausdehnung der Zerstreuungsfigur und Qualitätskriterium : Gaußmoment, Trägheitsmoment der Punktverteilung

$$\langle \Delta x_{S} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j} \Delta x_{j} \qquad \langle \Delta y_{S} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j} \Delta y_{j}$$

$$M_{G} = \langle \Delta r^{2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j} \left[\left(\Delta x_{j} - \langle \Delta x_{S} \rangle \right)^{2} + \left(\Delta y_{j} - \langle \Delta y_{S} \rangle \right)^{2} \right]$$

- Durchmesser des Spots abschätzen
- Systeme mit Apodisation : Strahlen mit Gewichtsfaktoren g_i

$$M_G = \left\langle \Delta r^2 \right\rangle = \frac{1}{N_G} \sum_j g_j \cdot \left[\left(\Delta x_j - \left\langle \Delta x_S \right\rangle \right)^2 + \left(\Delta y_j - \left\langle \Delta y_S \right\rangle \right)^2 \right]$$

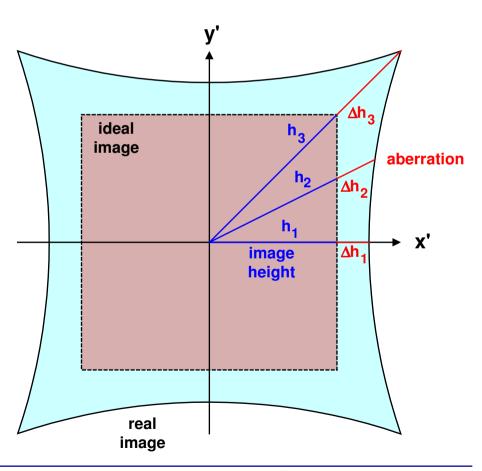


Verzeichnung

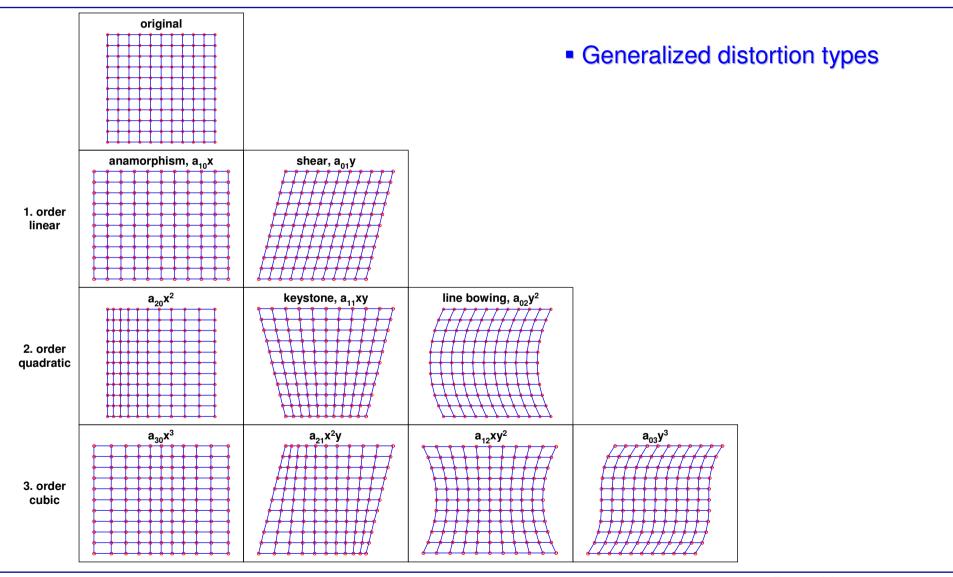
- Verzerrung des Maßstabs über das Bildfeld
- Grund : sphärische und Komaaberration des Hauptstrahls (Öffnungsfehler der Pupillenabbildung)
- Maß für die Verzeichnung : relative Änderung der Bildhöhe

$$V = \frac{y_{real} - y_{ideal}}{y_{ideal}}$$

- Keine Verbreiterung des Bildpunktes
- Tonnenverzeichnung: V < 0 Linse mit Vorderblende
- Kissenverzeichung: V > 0
 Linse mit Hinterblende



Non-Axisymmetric Systems: General Distortion

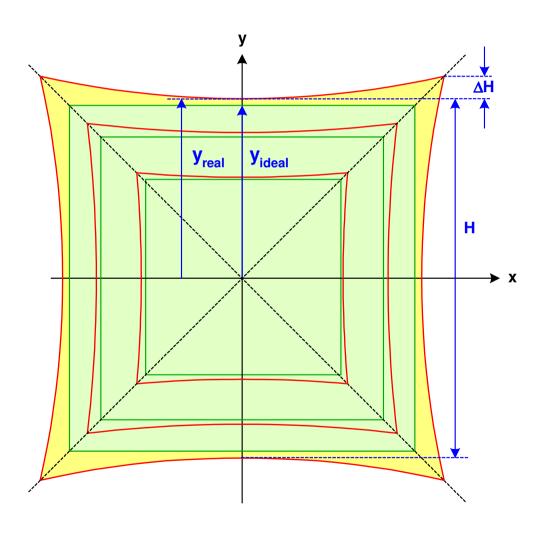


TV Distortion

Special definition of TV distortion

$$V_{TV} = \frac{\Delta H}{H}$$

Measure of bending of lines



Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Rayleigh- und Marechalkriterien

- Rayleighkriterium:
 - maximale Wellenaberration $W_{pv} < \lambda/4$
 - System wird beugungsbegrenzt genannt
 - Beginn der destruktiven Interferenz
- Für Rms-Wert der Wellenaberration bei Defokussierung: $W_{rms} < \lambda/14$
- Verallgemeinerung des Rms-Wertes : Marechal-Kriterium
- Damit Kriterien für :
 - 1. Wellenaberration W_{pv}
 - 2. Wellenaberration W_{rms}
 - 3. Strehlzahl D_s < 0.80 (Defokus)
 - 4. Beliebige Zernike-Koeffizienten
 - 5. Seidel-Koeffizienten
- Unterschiedliche Koeffizienten je nach Aberrationstyp

Rayleigh-Kriterium

Das Rayleigh-Kriterium sagt ganz pauschal aus, daß ein System als beugungsbegrenzt und somit gut korrigiert gilt, wenn der pv-Wert der Wellenaberration die Bedingung erfüllt.

$$\left|W_{PV}\right| \leq \frac{\lambda}{4}$$

aberration ty	coefficient	
defocus	Seidel	$a_{20} = 0.25$
defocus	Zernike	$c_{20} = 0.125$
spherical aberration	Seidel	$a_{40} = 0.25$
spherical aberration	Zernike	$c_{40} = 0.167$
astigmatism	Seidel	$a_{22} = 0.25$
astigmatism	Zernike	$c_{22} = 0.125$
coma	Seidel	$a_{31} = 0.125$
coma	Zernike	$c_{31} = 0.125$

Marechal-Kriterium

Für Defokussierung führt das Rayleigh-Kriterium auf den Rms-Wert

$$W_{rms}^{Rayleigh} \le \frac{\lambda}{\sqrt{192}} = \frac{\lambda}{13.856} \approx \frac{\lambda}{14}$$

Man verallgemeinert diesen Grenzwert auch auf andere Bildfehler: Marechalkriterium

aberration type		coefficient
defocus	Seidel	$a_{20} = \frac{1}{4} = 0.25$
defocus	Zernike	$c_{20} = \frac{1}{8} = 0.125$
spherical aberration	Seidel	$a_{40} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{5}{192}} = 0.2421$
spherical aberration with defocus		$b_{40} = 6 \cdot \sqrt{\frac{5}{192}} = 0.9682$
spherical aberration	Zernike	$c_{40} = \sqrt{\frac{5}{192}} = 0.1614$
astigmatism	Seidel	$a_{22} = \frac{4}{\sqrt{192}} = 0.2887$
astigmatism with defocus		$b_{22} = 2\sqrt{\frac{6}{192}} = 0.3536$
astigmatism	Zernike	$c_{22} = \frac{1}{\sqrt{32}} = 0.1768$
coma	Seidel	$a_{31} = \frac{2}{\sqrt{91}} = 0.2097$
coma with tilt		$b_{31} = \frac{6}{\sqrt{91}} = 0.6124$
coma	Zernike	$c_{31} = \frac{2}{\sqrt{91}} = 0.2097$

Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh-. und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Wellenaberrationen

• Mittlere quadratische Wellenfrontdeformation (W_{Rms} , root mean square)

$$W_{rms} = \sqrt{\left\langle W^{2} \right\rangle - \left\langle W \right\rangle^{2}} = \sqrt{\frac{1}{A_{ExP}}} \iint \left[W(x_{p}, y_{p}) - W_{mean}(x_{p}, y_{p}) \right]^{2} dx_{p} dy_{p}$$
Dabei ist
$$A_{ExP} = \iint dx dy$$

die Fläche der Austrittspupille (in normierten Koordinaten bei kreisförmiger Öffnung : Wert π)

Peak-valley-Wert W_{DV}: maximale Differenz

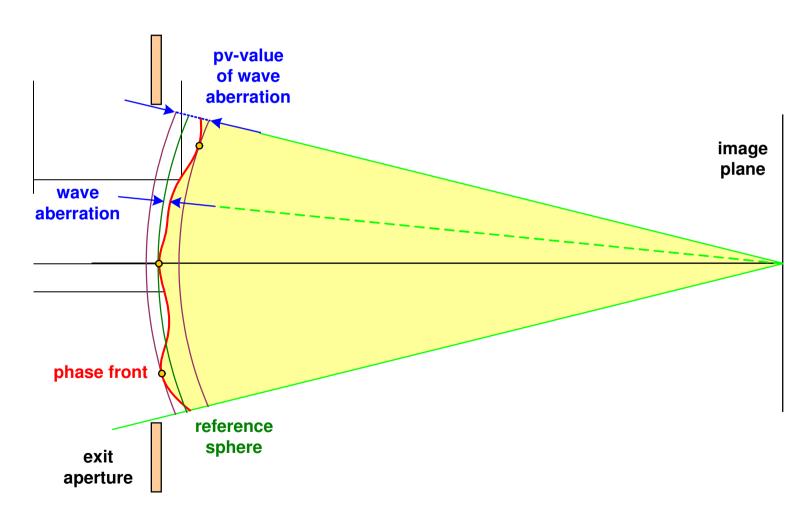
$$W_{pv} = \max \left[W_{\text{max}} \left(x_p, y_p \right) - W_{\text{min}} \left(x_p, y_p \right) \right]$$

Allgemein : Gewichtung mit der Ausleuchtung (Pupillenintensität)

$$W_{rms} = \sqrt{\frac{1}{A_{ExP}^{(w)}} \iint I_{ExP}(x_p, y_p) \cdot [W(x_p, y_p) - W_{mean}^{(w)}(x_p, y_p)]^2 dx_p dy_p}$$

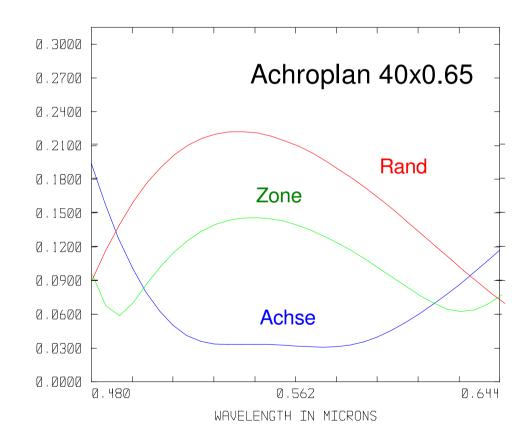
Wave Aberration

Definition des PV-Wertes



Tolerierung der Wellenaberrationen

Darstellung der Korrektion eines Systems :
 W_{rms} für Achse Feldzone und Feldrand über der Wellenlänge



Tolerierung der Zernike-Koeffizienten

• Es gilt für den Rms-Wert bei gegebenen Zernikekoeffizienten angenähert:

$$W_{rms} = \sqrt{\sum_{n,m} c_{nm}^2 \cdot \frac{1 + \delta_{m0}}{2(n+1)}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} \frac{c_{n0}^2}{n+1} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} \frac{c_{nm}^2}{n+1}}$$

- Es gibt verschiedene Nomenklaturen der Zernikekoeffizienten :
 - Standard
 - Fringe
 - Nijboer-Zernike
- Unterschiede: Skalierung / Indizierung

$$Z_{nm}^{(standard)}(x_p, y_p) = \sqrt{\frac{1 + \delta_{m0}}{2(n+1)}} \cdot Z_{nm}^{(fringe)}(x_p, y_p)$$

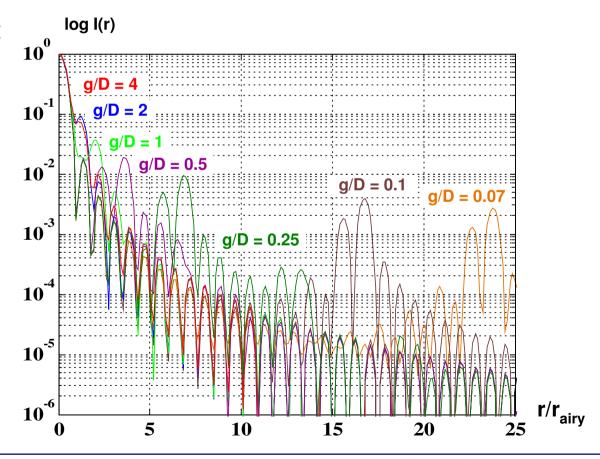
$$Z_{nm}^{(nijboer)}(x_p, y_p) = \sqrt{\frac{\pi \cdot (1 + \delta_{m0})}{n+1}} \cdot Z_{nm}^{(fringe)}(x_p, y_p)$$

PV-/rms-Wert

aberration ty	pe	definition	mean W _{mean}	peak- valley W _{PV}	root mean square W _{rms}
defocus	Seidel	$a_{20}\cdot r_p^2$	$\frac{a_{20}}{2}$	a_{20}	$\frac{a_{20}}{2\sqrt{3}} = 0.289 \cdot a_{20}$
defocus	Zernike	$c_{20}\cdot \left(2r_p^2-1\right)$	0	$2c_{20}$	$\frac{c_{20}}{\sqrt{3}} = 0.577 \cdot c_{20}$
spherical aberration	Seidel	$a_{\scriptscriptstyle 40}\cdot r_{\scriptscriptstyle p}^{^4}$	$\frac{a_{40}}{3}$	$a_{_{40}}$	$\frac{2a_{40}}{3\sqrt{5}} = 0.298 \cdot a_{40}$
spherical aber- ration with defocus		$b_{40}\cdot \left(r_p^4-r_p^2\right)$	$-rac{b_{_{40}}}{6}$	$\frac{b_{_{40}}}{4}$	$\frac{b_{40}}{6\sqrt{5}} = 0.075 \cdot b_{40}$
spherical aberration	Zernike	$c_{40} \cdot \left(6r_p^4 - 6r_p^2 + 1\right)$	0	$\frac{3c_{40}}{2}$	$\frac{c_{40}}{\sqrt{5}} = 0.447 \cdot c_{40}$
astigmatism	Seidel	$a_{22}r_p^2\cos^2\theta$	$\frac{a_{22}}{4}$	a_{22}	$\frac{a_{22}}{4} = 0.25 \cdot a_{22}$
astigmatism with defocus		$b_{22}\bigg(r_p^2\cos^2\theta-\frac{1}{2}r_p^2\bigg)$	0	b_{22}	$\frac{b_{22}}{2\sqrt{6}} = 0.204 \cdot b_{22}$
astigmatism	Zernike	$c_{22} \left(2r_p^2 \cos^2 \theta - r_p^2 \right)$	0	$2c_{22}$	$\frac{c_{22}}{\sqrt{6}} = 0.408 \cdot c_{22}$
coma	Seidel	$a_{31}r_p^3\cos\theta$	0	$2a_{31}$	$\frac{a_{31}}{2\sqrt{2}} = 0.353 \cdot a_{31}$
coma with tilt		$b_{31}\left(r_p^3-\frac{2}{3}r_p\right)\cos\theta$	0	$\frac{2b_{31}}{3}$	$\frac{b_{31}}{6\sqrt{2}} = 0.118 \cdot b_{31}$
coma	Zernike	$c_{31}\big(3r_p^3-2r_p\big)\cos\theta$	0	$2c_{31}$	$\frac{c_{31}}{2\sqrt{2}} = 0.353 \cdot c_{31}$

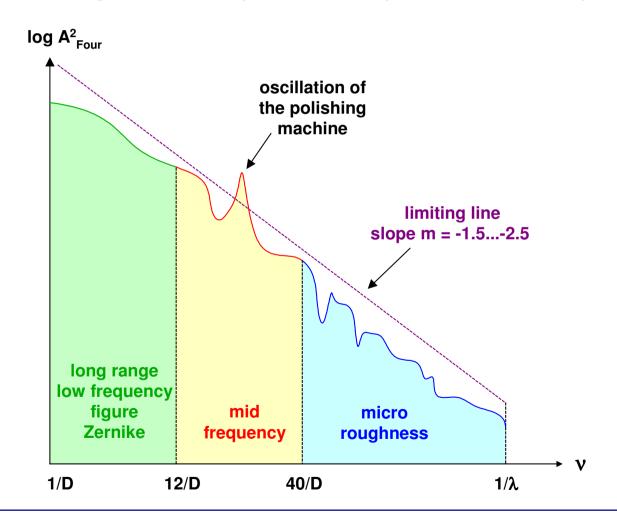
Ortsfrequenz der Störung

- Die Ortsfrequenz der Wellenfrontstörung legt den Einfluß auf die Psf fest :
 - figure error : Zernike
 - midfrequency range
 - high frequency : Rauhigkeit



Ortsfrequenz der Störung

• Darstellung der Power spectral density über der Ortsfrequenz



Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Strehlsche Definitionshelligkeit

 Wichtiges wellenoptisches Bewertungskriterium : Strehlsche Definitionshelligkeit.
 Verhältnis der Peakintensität im Punktbild mit Aberrationen zu dem ohne Aberrationen auf dem Bezugsstrahl

$$D_{S} = \frac{I_{PSF}^{(real)}(0,0)}{I_{PSF}^{(ideal)}(0,0)} \qquad D_{S} = \frac{\left| \iint A(x,y) e^{2\pi i W(x,y)} dx dy \right|^{2}}{\left| \iint A(x,y) dx dy \right|^{2}}$$
• D_S nimmt Werte zwischen 0 und 1 an. Ideal ist D_S = 1

• Die Bewertung erfolgt mit nur einer einzigen Zahl, was problematisch ist.

distribution

broadened

aberrations

Definitionshelligkeit und Rayleighkriterium

Im Fall einer reinen Defokussierung führt das Rayleighkriterium mit einer PV-Wellenaberration von λ / 4 auf die Definitionshelligkeit $D_S = \frac{8}{\pi^2} = 0.8106 \approx 0.8$

Man setzt daher näherungsweise das Rayleigh-Kriterium mit beugungsbegrenzter Korrektion der Forderung

 $D_S > 80$ % gleich.

aberration ty	pe	coefficient	Marechal approximated Strehl	exact Strehl
defocus	Seidel	$a_{20} = 0.25$	0.7944	$\frac{8}{\pi^2} = 0.8106$
defocus	Zernike	$c_{20} = 0.125$	0.7944	0.8106
spherical aberration	Seidel	$a_{40} = 0.25$	0.7807	0.8003
spherical aberration	Zernike	$c_{40} = 0.167$	0.7807	0.8003
astigmatism	Seidel	$a_{22} = 0.25$	0.8458	0.8572
astigmatism	Zernike	$c_{22} = 0.125$	0.8972	0.9021
coma	Seidel	$a_{31} = 0.125$	0.9229	0.9260
coma	Zernike	$c_{31} = 0.125$	0.9229	0.9260

D_s Marechalkriterium

Im Fall einer reinen Defokussierung führt das Rayleighkriterium mit einer PV-Wellenaberration von λ / 4 auf die Definitionshelligkeit

$$D_S = \frac{8}{\pi^2} = 0.8106 \approx 0.8$$

Man setzt daher näherungsweise das Rayleigh-Kriterium mit beugungsbegrenzter Korrektion der Forderung D_S > 80 % gleich.

aberration type		coefficient	exact Strehl
defocus	Seidel	$a_{20} = \frac{1}{4} = 0.25$	$\frac{8}{\pi^2} = 0.8106$
defocus	Zernike	$c_{20} = \frac{1}{8} = 0.125$	0.8106
spherical aberration	Seidel	$a_{40} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{5}{192}} = 0.2421$	0.8117
spherical aberration with defocus		$b_{40} = 6 \cdot \sqrt{\frac{5}{192}} = 0.9682$	0.8117
spherical aberration	Zernike	$c_{40} = \sqrt{\frac{5}{192}} = 0.1614$	0.8117
astigmatism	Seidel	$a_{22} = \frac{4}{\sqrt{192}} = 0.2887$	0.8144
astigmatism with defocus		$b_{22} = 2\sqrt{\frac{6}{192}} = 0.3536$	0.8133
astigmatism	Zernike	$c_{22} = \frac{1}{\sqrt{32}} = 0.1768$	0.8133
coma	Seidel	$a_{31} = \frac{2}{\sqrt{91}} = 0.2097$	0.8064
coma with tilt		$b_{31} = \frac{6}{\sqrt{91}} = 0.6124$	0.8127
coma	Zernike	$c_{31} = \frac{2}{\sqrt{91}} = 0.2097$	0.8034

$D_s = 0.8$ - Kriterium

Aus der Forderung D_S > 80 % ergibt sich

aberration type		coefficient for Strehl in Marechal approximation	coefficient for exact Strehl ratio
defocus	Seidel	$a_{20} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} = 0.2251$	$a_{20} = 0.2576$
defocus	Zernike	$c_{20} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} = 0.1125$	$c_{20} = 0.1288$
spherical aberration	Seidel	$a_{40} = \frac{3}{4\pi} = 0.2387$	$a_{40} = 0.2502$
spherical aberration with defocus		$b_{40} = \frac{3}{\pi} = 0.9549$	$b_{40} = 1.001$
spherical aberration	Zernike	$c_{40} = \frac{1}{2\pi} = 0.1592$	$c_{40} = 0.1668$
astigmatism	Seidel	$c_{40} = \frac{1}{2\pi} = 0.1592$ $a_{22} = \frac{2}{\pi\sqrt{3}} = 0.3676$	$a_{22} = 0.3010$
astigmatism with defocus		$b_{22} = \frac{\sqrt{6}}{\pi\sqrt{5}} = 0.2191$	$b_{22} = 0.3675$
astigmatism	Zernike	$c_{22} = \frac{\sqrt{6}}{2\pi\sqrt{5}} = 0.1095$	$c_{22} = 0.1837$
coma	Seidel	$a_{31} = \frac{\sqrt{2}}{\pi\sqrt{5}} = 0.2013$	$a_{31} = 0.2137$
coma with tilt		$b_{31} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi\sqrt{5}} = 0.6040$	$b_{31} = 0.6351$
coma	Zernike	$c_{31} = \frac{\sqrt{2}}{\pi\sqrt{5}} = 0.2013$	$c_{31} = 0.2117$

Intensitäts-Momente

Momente der Psf-Intensität

$$M_{2,x} = \iint x^2 I_{PSF}(x, y) dx dy$$

• Relation zur Übertragungsfunktion

$$M_{2,x} = -\frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{\partial^2 g_{OTF}(0,0)}{\partial v_x^2}$$

Einfluß von Apodisierung und Wellenaberrationen

$$M_{2,x} = \frac{1}{4\pi^2} \iint \left[\frac{dA(x_p, y_p)}{dx} \right]^2 dx_p dy_p + \iint \left[A(x_p, y_p) \cdot \frac{dW(x_p, y_p)}{dx} \right]^2 dx_p dy_p$$

• Ungerade Momente : beschreiben Asymmetrie

Spot-Durchmesser

 Schwellwert-Durchmesser der Intensität Beispiel: 50 % (FWhM)

$$I(r_{thresh}) = \varepsilon \cdot I_{peak}$$

 2. Moment, Gauss-Durchmesser

$$D_{spot} = 2 \cdot \Delta r_{rms} = 2 \sqrt{\frac{\iint \left((x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 \right) \cdot I(x, y) \, dx \, dy}{\iint I(x, y) \, dx \, dy}}$$

Energie-Inhalt (PiB)

$$E(r_{thresh}) = \varepsilon$$

 Halber Petermann-Durchmesser

$$w_{Peter}^{2} = \frac{2 \cdot \int_{0}^{\infty} E^{2}(r) r dr}{\int_{0}^{\infty} \left(\frac{\partial E(r)}{\partial r}\right)^{2} r dr}$$

• Entropie-Durchmesser

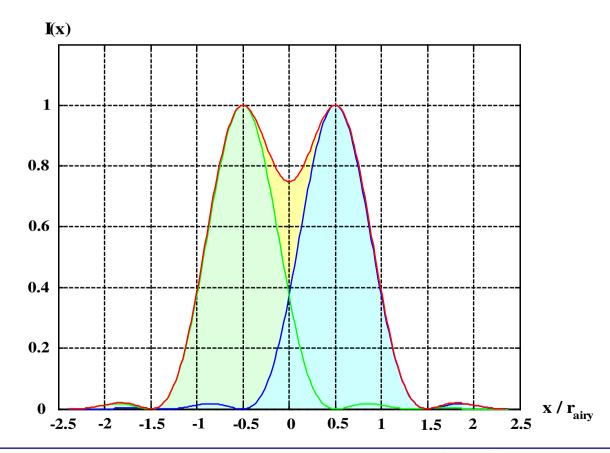
$$D_{S} = e^{S} \qquad S = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|E(x)\right|^{2}}{P} \ln\left(\frac{\left|E(x)\right|^{2}}{P}\right) dx = -\int_{-\infty}^{\infty} I(x) \ln I(x) dx$$

Inkohärente 2-Punkt-Auflösung: Rayleighkriterium

Rayleighkriterium :
 Maximum fällt in die benachbarte Nullstelle

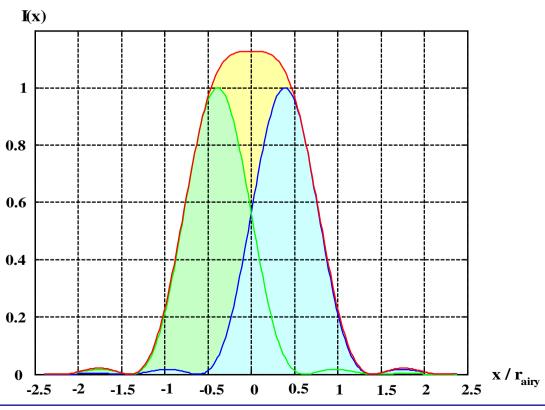
$$\Delta x = \frac{1}{2} D_{Airy} = \frac{0.61 \cdot \lambda}{n \cdot \sin u}$$

- Kontrast in diesem Fall : K = 0.15
- Intensitätseinbruch auf
 I = 0.735 I₀



Inkohärente 2-Punkt-Auflösung : Sparrowkriterium

- Sparrow-Kriterium : Verschwinden der 2. Ableitung in der Mitte
- $\left(\frac{d^2I(x)}{dx^2}\right)_{x=0} = 0$ Liefert die Auflösung
 - $\Delta x_{Sparrow} = \frac{0.474 \cdot \lambda}{n \cdot \sin u} = 0.385 \cdot D_{Airy}$ $= 0.770 \cdot \Delta x_{Rayleigh}$
- Kontrast hier: K = 0
- Anwendung in der Astronomie
- Vorteil : Auch für nicht-Airy-Verteilungen anwendbar



Inkohärente 2-Punkt-Auflösung : weitere Kriterien

Visuelle Grenzauflösung :
 Gut erkennbarer Kontrast von K = 26 % :

$$\Delta x = \frac{0.83 \cdot \lambda}{n \cdot \sin u} = 0.680 \cdot D_{Airy}$$

 Totalauflösung : Übereinanderfallen der Nullstellen der Airyverteilungen : Kontrast K = 1

$$\Delta x = D_{Airy} = \frac{1.22 \cdot \lambda}{n \cdot \sin u}$$

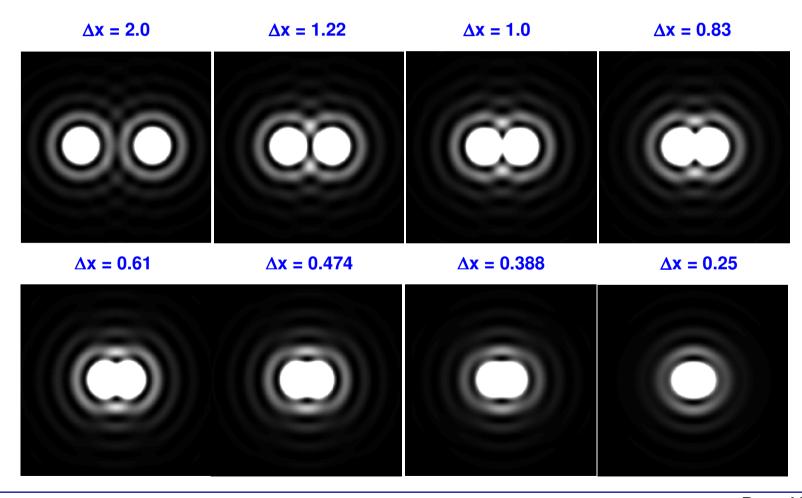
Extrem konservatives Kriterium

Kontrastgrenzwert : K = 0 :
 Intensitätswert I = 1 in der Mitte

$$\Delta x = \frac{0.51 \cdot \lambda}{n \cdot \sin u} = 0.418 \cdot D_{Airy}$$

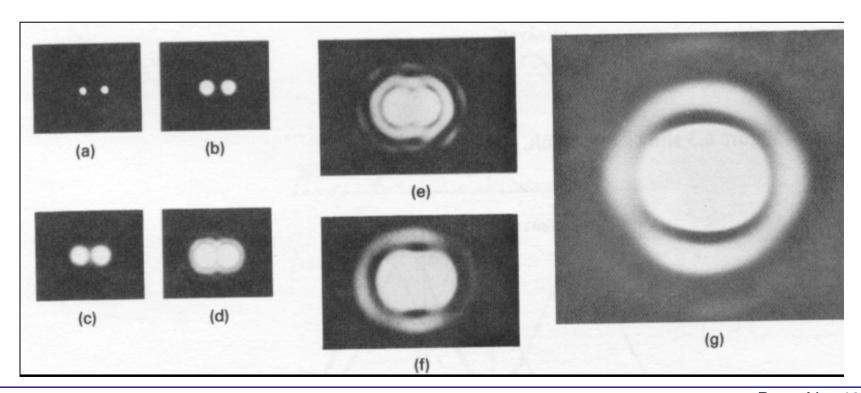
2-Punkt-Auflösung

Intensitätsbilder unterhalb 10 % für 2 Punkte verschiedenen Abstandes



Inkohärente Auflösung: Beispiele

- Visuelle Darstellung : 2-Punkt-Auflösung bei abnehmender Apertur sinu'
- Bild g: Spot ist schwach elliptisch, die beiden Punkte werden nicht mehr aufgelöst
- Bild b : beide Punkte sind noch völlig getrennt
- Bild e entspricht dem Rayleigh-Kriterium.



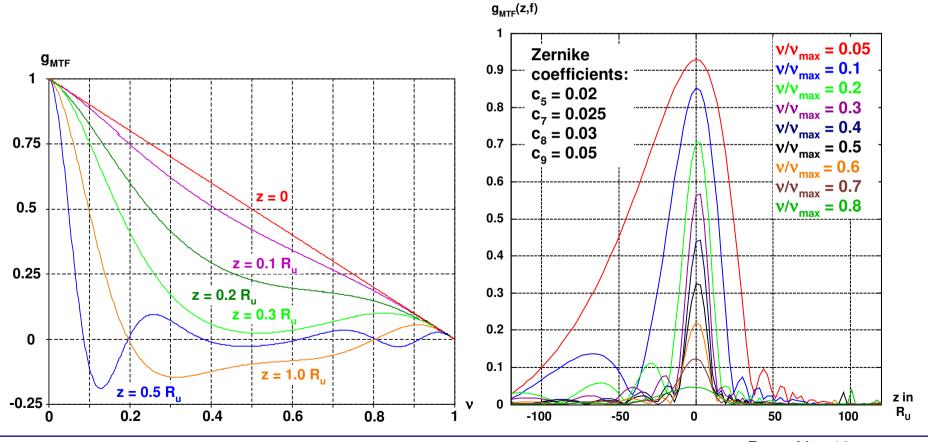
Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Reale MTF-Kurve

• MTF mit Aberrationen : Kontrast sinkt

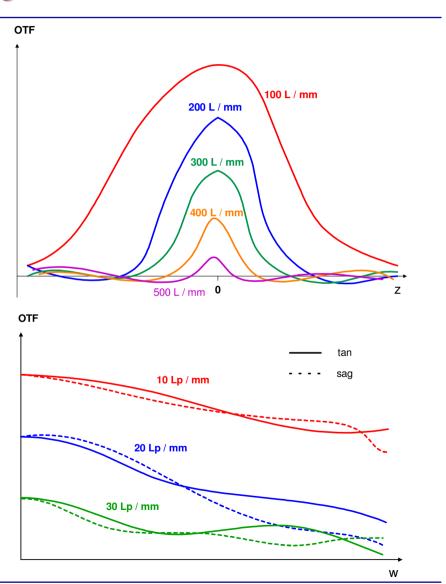


Page No. 42

OTF: Funktion von Defokussierung und Feld

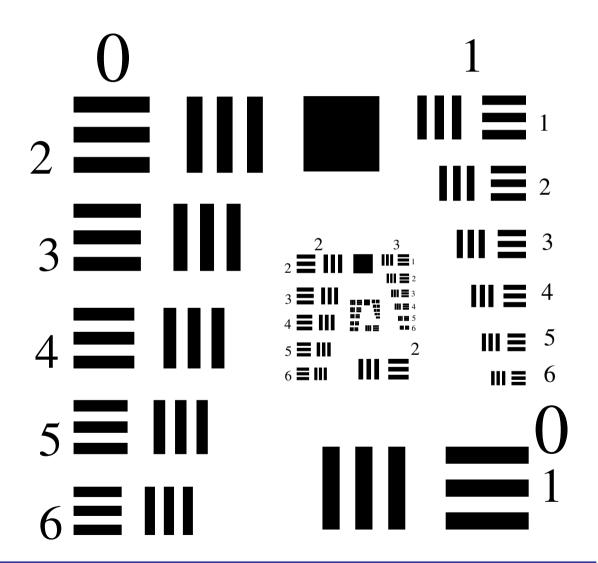
- Typische Darstellungen der MTF für die Bewertung optischer Systeme
- Einzelne Frequenzen als Funktion der Defokussierung

2. Einzelne Frequenzen als Funktion der Feldhöhe



Kontrast : Testplatte

Messung der Auflösung mit Hilfe einer Testplatte mit Streifenmustern verschiedener Größe und Orientierung

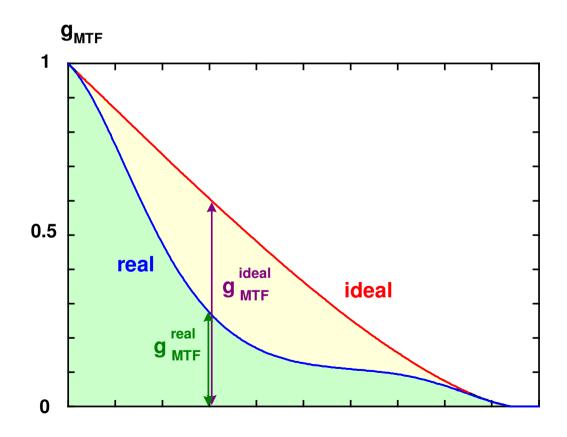


Hopkinsfaktor

Kriterium für Systembewertung mit OTF :
 Verhältnis des Kontrastes mit / ohne Aberrationen für eine Ortsfrequenz

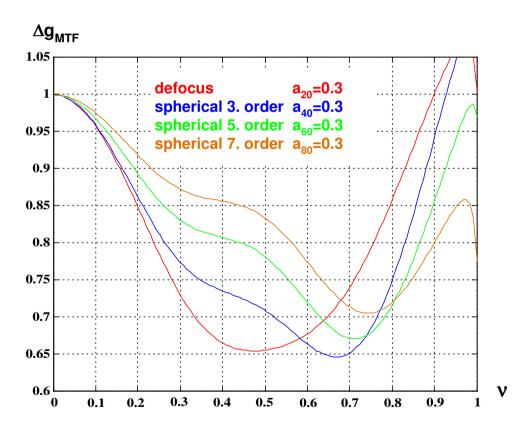
$$\Delta g_{MTF}(v) = \frac{g_{MTF}^{(real)}(v)}{g_{MTF}^{(ideal)}(v)}$$

 Bewertung der Kontrastverbesserung



Hopkinsfaktor

 Relative Änderung des Kontrast durch Aberrationen : Bezug auf ideale MTF-Kurve

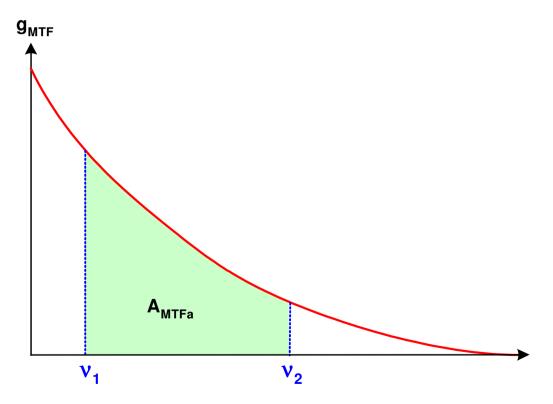


MTF-Area-Kriterium

 Bewertung der Fläche unterhalb der MTF-Kurve innerhalb des interessanten Ortsfrequenzbandes

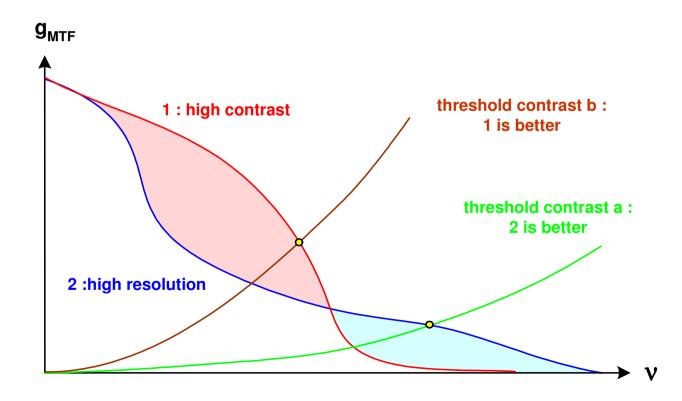
$$A_{MTFa} = K \cdot \int_{s_1 < s < s_2} H_{MTF}(s) \, ds$$

 Verallgemeinerung auf zwei Dimensionen : Volumen unterhalb MTF-Fläche



Kontrast versus Auflösung

- Für ein gutes Bild sind Kontrast und Auflösung wichtig
- Die Optimierung hängt von der Applikation ab
- Empfänger : Mindest-Kontrast für Auflösung einer Ortsfrequenz
- Die Bewertung einer MTF hängt von der Mindestkontrastkurve ab.



Kontrast und Auflösung

- Verlauf des Kontrastes über der Ortsfrequenz
- Typisch: mit wachsender Frequenz abnehmender Kontrast
- Kompromiß zwischen Auflösung und Kontrast je nach Anwendung

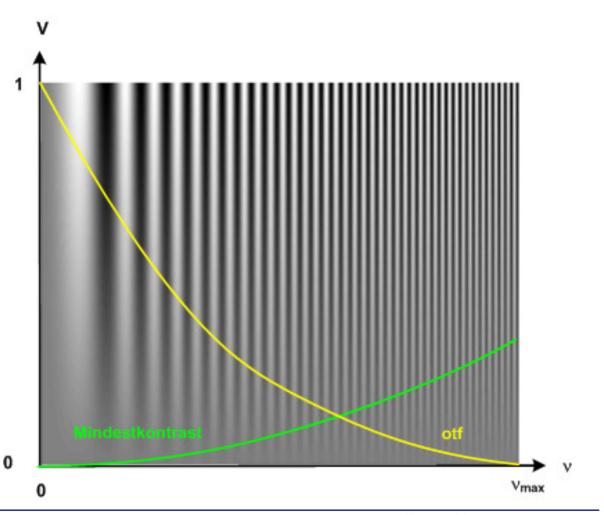


Image Blur

Original 256 x 256



Blur im SW-Bild

Blurr 3 Pixel



Blurr 6 Pixel



Blurr 9 Pixel



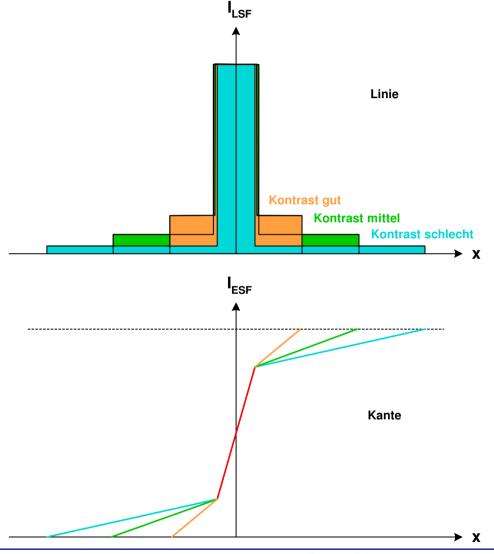
Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Kantenabbildung

- Kantenabbildung:
 - breit auslaufende Randbereiche : Kontrast gemindert
 - zentraler Bereich mit Gradient :
 Bildschärfe
 - reagiert empfindlich auf Bildfehler
 - Anisotropie : Unterscheidung in sagittale / tangentiale Richtung



Kantenabbildung

 Kantensteilheit : NILS (normalized image log slope)

$$S_{NILS} = \Delta x_{CD} \cdot \frac{d \ln I(x)}{dx} \bigg|_{thresh} = \frac{\Delta x_{CD}}{I_{thresh}} \cdot \frac{dI(x)}{dx} \bigg|_{thresh}$$

 Kantenschärfe (acutance, sharpness)

$$A_{acut} = \frac{\frac{1}{x_{\min} - x_{\max}} \cdot \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left(\frac{dI_{edge}(x)}{dx}\right)^{2} dx}{I_{edge}(x_{\max}) - I_{edge}(x_{\min})}$$

 Kantendefekt : Rms-Abweichung der realen von der idealen Kantenintensitätsverteilung

$$K_{Defekt} = \sqrt{\left[\int \left(I_{Kante}^{(real)}(x) - I_{Kante}^{(ideal)}(x)\right) dx\right]^{2}}$$

Kantenbreite

Definition der Kantenbreite nach

Thomas:

links- und rechtsseitig flächengleiche

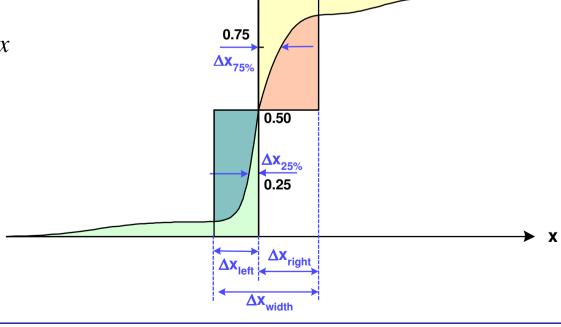
Rechtecke mit Bezug auf 50 %

$$\Delta x_{lKb} = \frac{1}{I_0} \cdot \int_{-\infty}^{0} [I_{real}(x) - I_{ideal}(x)] dx$$

$$\Delta x_{RKb} = \frac{1}{I_0} \cdot \int_0^{\infty} \left[I_{real}(x) - I_{ideal}(x) \right] dx$$

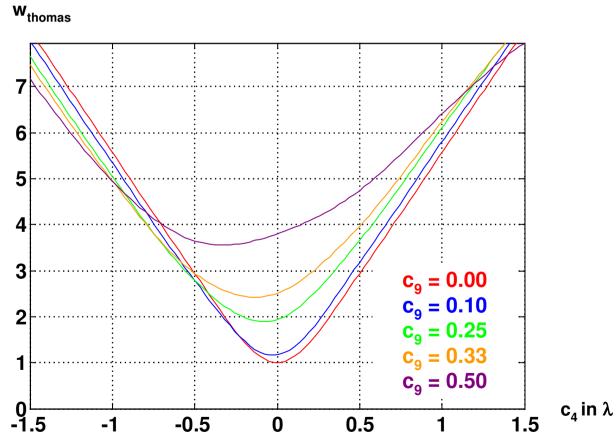
Breite: Mittelwert

$$\Delta x_{Kb} = \frac{\Delta x_{lKb} + \Delta x_{rKb}}{2}$$



Kantenbreite: Thomaskriterium

Kantenbreite nach Thomas bei sphärischer Aberration



Kantenbreite und -schärfe

 Direkter Zusammenhang mit der Übertragungsfunktion

$$\Delta x_{Kb} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \int_{0}^{\infty} \frac{1 - \operatorname{Re} H_{OTF}(s)}{s^2} ds$$

Die Größe setzt sich zusammen aus zwei Anteilen:

- 1. Kontrastanteil (MTF)
- 2. Phasenanteil (PTF), Verzeichnung
- Asymmetrie der Kantenabbildung : Differenz zwischen links- und rechtsseitiger Breite

$$\Delta x_{Asym} = \Delta x_{lKb} - \Delta x_{rKb}$$

 Kantenschärfe : Gradient des Kantenbildes zwischen 25%- und 75% - Punkt : Maß für die Steilheit der Kante

$$\Delta x_{KSch\ddot{a}} = \Delta x_{I=75\%} - \Delta x_{I=25\%}$$

Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Linienbild-Kriterium

 Struve-Kriterium analog zur Strehlschen Definitionshelligkeit

$$S_{LSF} = \frac{I_{LSF}^{(real)}(0)}{I_{LSF}^{(ideal)}(0)}$$

• Rayleighkriterium zur Linienauflösung

 $\Delta x = 0.50 \cdot \frac{\lambda}{n \cdot \sin \theta}$

 Sparrowkriterium : zur Auflösung

Inkohärent

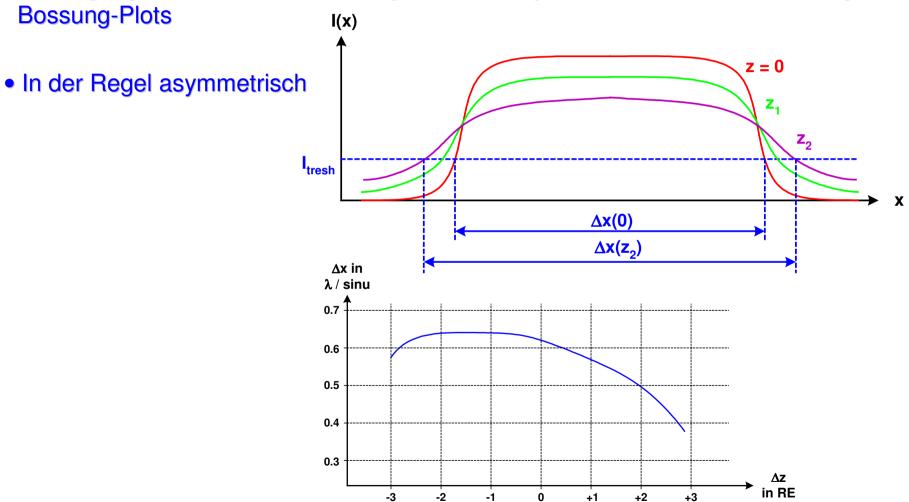
$$\Delta x_{Sparo}^{(ink)} = 0.415 \cdot \frac{\lambda}{n \cdot \sin \theta}$$

Kohärent

$$\Delta x_{Spar}^{(coh)} = 0.663 \cdot \frac{\lambda}{n \cdot \sin \theta}$$

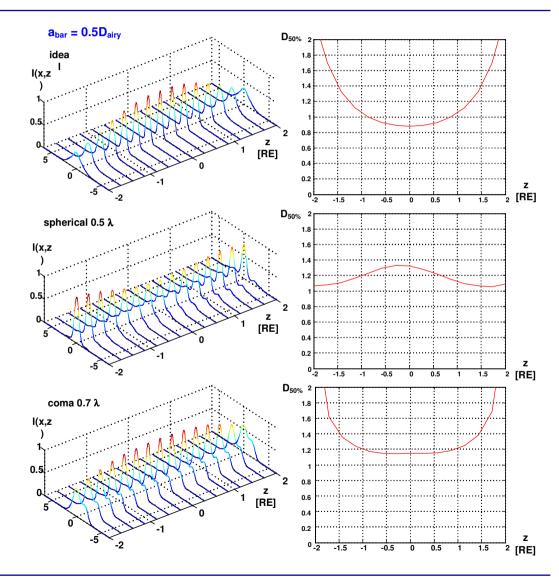
Bossung-Plots

• Auftragung der Intensitätsverteilung eines Barobjekts über der Defokussierung :



Bossungplots

 Bossungplots bei 50% Level für einen Bar mit 0.5 D_{airy}
 Breite bei Aberrationen



Spezielle Kriterien

- Relative Gipfelhöhe Höhe Linienbild
- Fidelity (Linfoot)
 relative Ähnlichkeit zwischen
 Objekt und Bild
- Strukturgehalt,
 Kontrast-Inhalt des Bildes (equivalent passband)
- Korrelation zwischen Objekt und Bild
- Schroffheit :
 Maß für Kontrastinhalt im Bild

$$W = \frac{I_{lsf}^{(\text{max})}(x)}{I_{lsf}(0)}$$

$$F = 1 - \frac{\iint \left[I_{image}(mx, my) - I_{obj}(x, y)\right]^2 dxdy}{\iint I_{obj}^2(x, y) dxdy}$$

$$S = \frac{\iint I_{image}^{2}(x, y) dx dy}{\left[\iint I_{image}(x, y) dx dy \right]^{2}} = \frac{\iint \left| g_{otf}(v_{x}, v_{y}) \right|^{2} dv_{x} dv_{y}}{\left| \iint g_{otf}(v_{x}, v_{y}) dv_{x} dv_{y} \right|^{2}}$$

$$C = \frac{\iint I_{image}(mx, my) \cdot I_{obj}(x, y) dxdy}{\iint I_{obj}^{2}(x, y) dxdy}$$

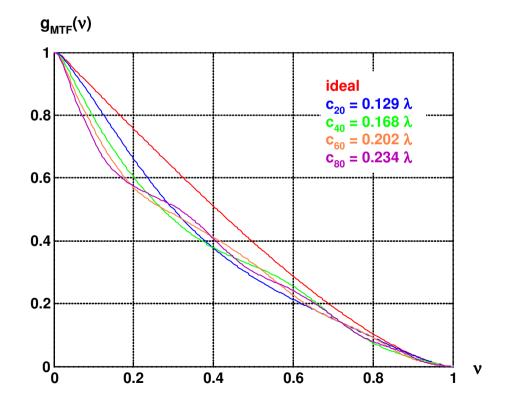
$$S = \int_{-\infty}^{\infty} I_{LSF}^{2}(x') dx' = \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_{OTF}(s) \right|^{2} ds$$

Structural Content

Structural content:Contrast capacity of an image

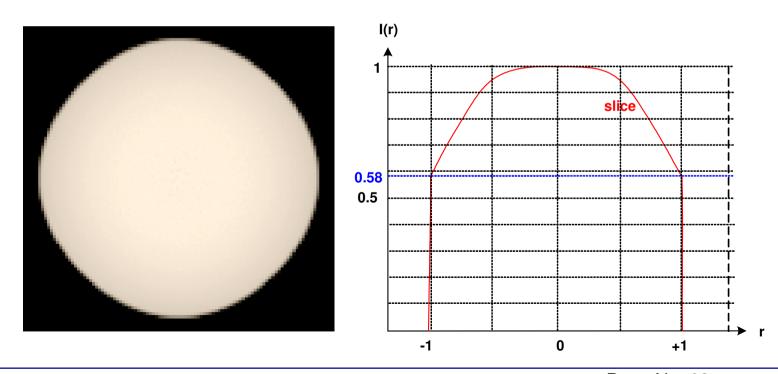
Equal Strehl ratio DS = 0.8 but different structural content:

$$S = \frac{\iint I_{image}^{2}(x, y) dx dy}{\left[\iint I_{image}(x, y) dx dy\right]^{2}} = \frac{\iint |g_{otf}(v_{x}, v_{y})|^{2} dv_{x} dv_{y}}{\left|\iint g_{otf}(v_{x}, v_{y}) dv_{x} dv_{y}\right|^{2}}$$



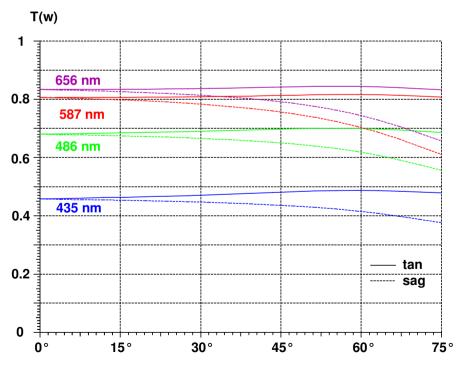
Beleuchtung

- Helligkeitsabfall zum Feldrand hin
- Ursachen:
 - Vignettierung
 - cos4-Faktor
 - Schicht-Performance für große Inzidenzen

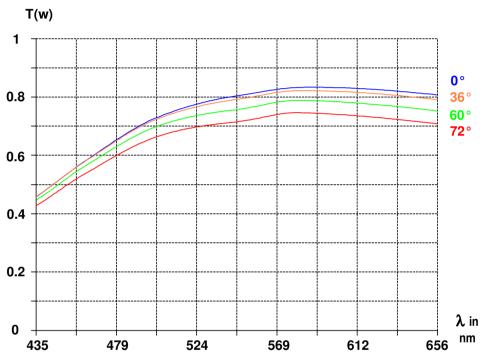


Beleuchtung

Helligkeitsabfall :
 Abhängig von Feldposition und Wellenlänge



field angle



Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Strahlqualität von Laserstrahlung: Momente

 Qualitätskriterien der konventionellen Wellenoptik zur Bewertung abbildender optischer Systeme :

In der Laseroptik als Gütemaße nicht sinnvoll, da in der Regel

- 1. Eine ausgeprägte Apodisation vorliegt
- 2. Das System nicht abbildenden Zwecken dient
- 3. Allgemein keine ideale Kohärenz / Inkohärenz besteht
- Momente f
 ür koh
 ärente Strahlung
 - 1. Ortsmoment m-ter Ordnung der Intensitätsverteilung eines Strahls :

Maß für die räumliche Ausdehnung des Strahlprofils.

$$\langle x^m \rangle = \frac{\iint x^m |E(x,y)|^2 dx dy}{\iint |E(x,y)|^2 dx dy}$$

$$\langle \varphi^m \rangle = \frac{\iint \varphi^m |E(\varphi, \psi)|^2 d\varphi d\psi}{\iint |E(\varphi, \psi)|^2 d\varphi d\psi}$$

2. Ortsfrequenz s_x

3. Transversale Wellenzahl k_x

Zusammenhang

$$u_x = \theta_x = \lambda \, s_x = \frac{k_x}{k_o}$$

Strahlqualität von Laserstrahlung: M²

Maß für die Strahlqualität

$$M_{x}^{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\langle w_{x}^{2} \rangle \cdot \langle \theta_{x}^{2} \rangle - \langle w_{x} \theta_{x} \rangle^{2}}$$

Sonderfall Strahlradius am Ort der Taille : Ohne Mischmoment

$$M_x^2 = \frac{\pi}{\lambda} w_{ox} \theta_x$$

Eigenschaften des Strahlqualitätsmaßes M²:

 TEMoo-Gaußbündel Minimaler Wert für M² $M^2 = 1$

2. Paraxiale Strahlausbreitung : M² konstant.

- 3. Reale Strahlen : $M^2 > 1$ Faktor M^2 beschreibt die normierte Verschlechterung der Strahlqualität gegenüber dem TEM_{00} -Grundmode
- 4. Inkohärent überlagertes Gemisch einzelner Moden : M² additiv bzgl. der einzelnen Anteile

Strahlqualität im 2-D-Fall

 Eindimensionale Momente in den beiden Schnitten

$$M_{x}^{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\langle w_{x}^{2} \rangle \cdot \langle \theta_{x}^{2} \rangle - \langle w_{x} \theta_{x} \rangle^{2}}$$

$$M_{y}^{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\langle w_{y}^{2} \rangle \cdot \langle \theta_{y}^{2} \rangle - \langle w_{y} \theta_{y} \rangle^{2}}$$

Gemischtes Moment

$$M_{xy}^{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\langle w_{x} \theta_{y} \rangle \cdot \langle w_{y} \theta_{x} \rangle - \langle w_{x} w_{y} \rangle \cdot \langle \theta_{x} \theta_{y} \rangle}$$

 Allgemeine 2-D-Strahlqualität Annahme: Bezug auf den Schwerpunkt bzgl. Ort und Winkel

$$M^2 = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (M_x^4 + M_y^4) - M_{xy}^4}$$

 Sonderfall : Kein Astigmatismus und keine Elliptizität

$$M^4 = \frac{M_x^4 + M_y^4}{2}$$

• Die 4. Potenz von M ist additiv. Dies gilt allgemein. Anteile sind : Profilform, Wellenaberrationen, Kohärenz

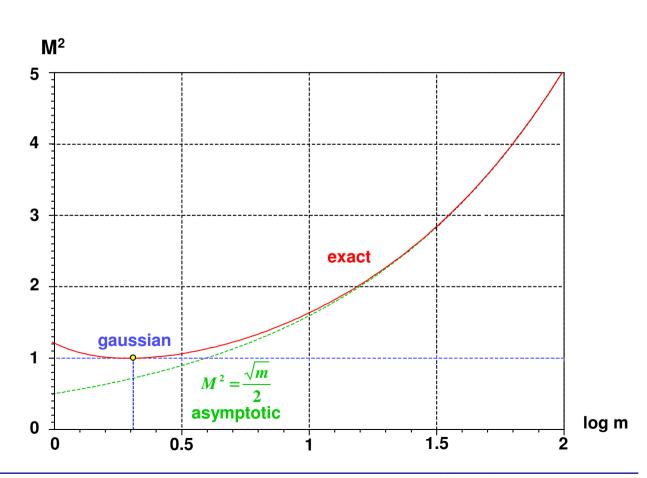
M² eines Supergaussprofils

• Strahlqualität sinkt mit wachsendem m:

$$M^{2} = \frac{m\sqrt{\Gamma\left(\frac{4}{m}\right)}}{2\Gamma\left(\frac{2}{m}\right)}$$

 Asymptotisch gilt für große m

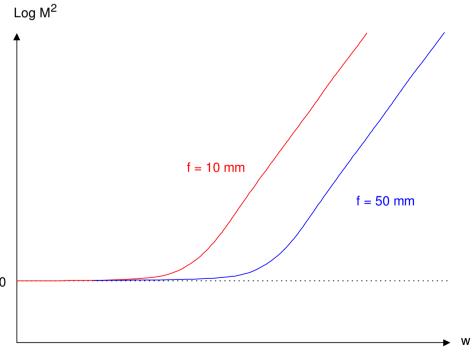
$$M^2 = \frac{\sqrt{m}}{2}$$



Strahlqualität M²: Beispiel

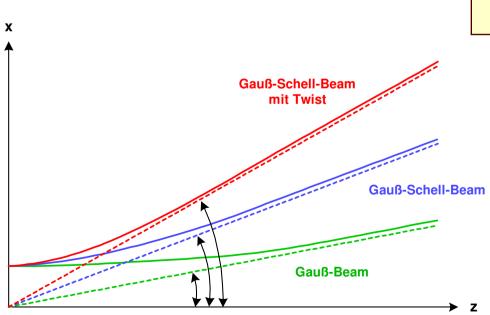
Fokussierung eines Gaußbündels mit plankonvexer Einzellinse der Brechzahl n = 1.5

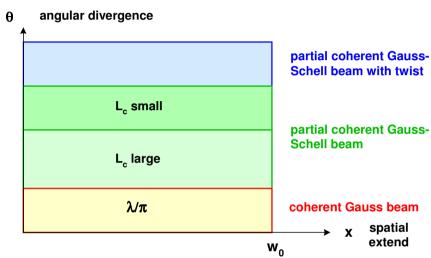
- Variation des kollimierten Strahlradius
- Verschiedene Brennweiten der Linse Verlauf der Strahlqualität
- Mit wachsendem Strahlradius und sinkender Brennweite steigt der Einfluß des Öffnungsfehlers : Qualität sinkt



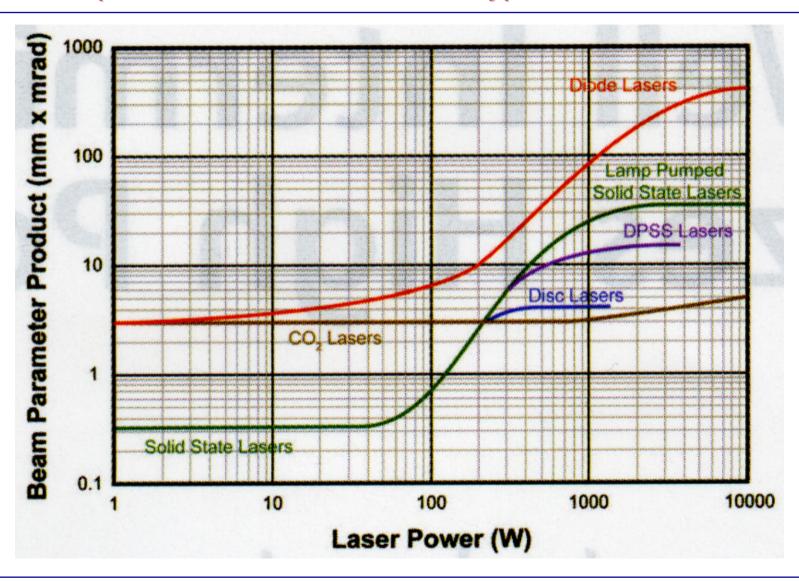
Strahlqualität und Twist

- Die Strahlqualität sinkt mit abnehmender Kohärenz
- Bei konstanter Taillenweite: Winkelspektrum wächst





Strahlqualität verschiedener lasertypen



Energie-Inhalts-Kriterium

- Leistungsinhalts-Kriterium : Relative Leistung in Blende mit Durchmesser 2r_p : (power content radius)
- Entsprechende Definition für Ort und Winkel, Qualitätsparameter K für z.B. 98% Leistung :

$$w_{E95} \cdot \theta_{E95} = \frac{1}{K_{E95}} \cdot \frac{\lambda}{\pi}$$

• Korrelation K_{E95} mit M²-Parameter

P_{rel} $=$	$\int_{0}^{r_p} \int_{0}^{2\pi} I(r, \boldsymbol{\varphi}) r dr d\boldsymbol{\varphi}$
	$\int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} I(r, \boldsymbol{\varphi}) r dr d\boldsymbol{\varphi}$

р	-	1 / K	M^2
0	0	1.00	1.00
1	0	1.63	1.73
4	0	2.85	3.00
7	0	3.72	3.87
0	1	1.33	1.41
0	4	1.92	2.24
0	7	2.35	2.83
0	10	2.70	3.32
0	100	7.46	10.0
1	10	1.55	1.79
4	10	4.00	4.35
7	10	5.30	5.00

Kurtosis-Parameter

• Parameter zur Beschreibung der Schärfe (peakedness) eines symmetrischen

Strahlprofils

Definition: eindimensional

 $K_{x} = \frac{\left\langle x^{4} \right\rangle}{3\left\langle x^{2} \right\rangle^{2}}$

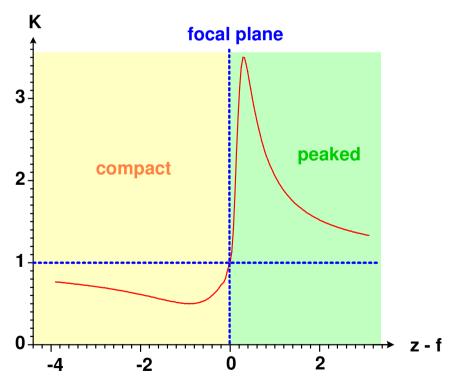
rotationssymmetrisch

 $K_r = \frac{\langle r^4 \rangle}{2 \langle r^2 \rangle^2}$

K < 1 : spitzer als Gauß

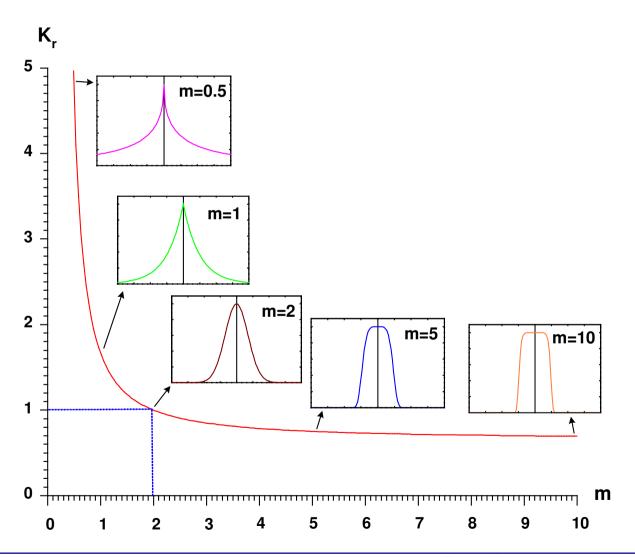
K > 1 : kompakter als Gauß

- Kurtosis eines Gaußprofils bei sphärischer Aberration als Funktion der Position z
- K ist keine Invariante der Propagation



Kurtosis-Parameter

Kurtosis eines
 Supergaußprofils,
 Funktion der Ordnung m



Strahlqualitätsdefinition in der ISO-Norm

- Knife-Edge-Verfahren, Scan einer Schneide über den Strahl, $d=2\cdot (x_{84}-x_{16})$ Transmission von zwei ausgezeichneten Transmissions-Leistungswerten.
- Variable Apertur im Strahl, Definiton der 86.5 % -Leistungstransmission
- Moving Slit : Spalt über Strahl gescannt, Festlegung des Strahldurchmessers bzgl. des Maximums

$$d = x_{13.5}^{(2)} - x_{13.5}^{(1)}$$

 Strahldurchmesser über mehrere z aufgetragen : Strahlkaustik

$$d_{\sigma}^{2}(z) = A + B \cdot z + C \cdot z^{2}$$

Daraus Strahlqualität

$$M^2 = \frac{\pi}{4\lambda} \cdot \sqrt{A \cdot C - \frac{B^2}{4}}$$

Strahlqualitätsdefinition in der ISO-Norm

• Umrechnung der Strahlqualitätsmaße : je nach Modenprofil

Mode	w-zweites Moment (normiert)	Variable Apertur (86.5 %)	Knife-Edge (84 %-16 %)	Spalt- methode (e ⁻²)
TEM00	1.00	1.00	1.00	1.00
TEM01*	1.414	1.32	1.53	1.42
TEM10	1.732	1.64	1.99	1.66
TEM02*	1.732	1.56	1.92	1.68
TEM11*	2.00	1.88	2.32	1.98
TEM03*	2.00	1.76	2.26	1.88

• Umrechnung Strahlqualität , Faktoren

$$\sqrt{M^2} = 1 + c_j \cdot \left(\sqrt{M_j^2} - 1\right)$$

Methode	Cj
Variable Apertur	1.14
Moving Knife-Edge	0.81
Moving Slit	0.95

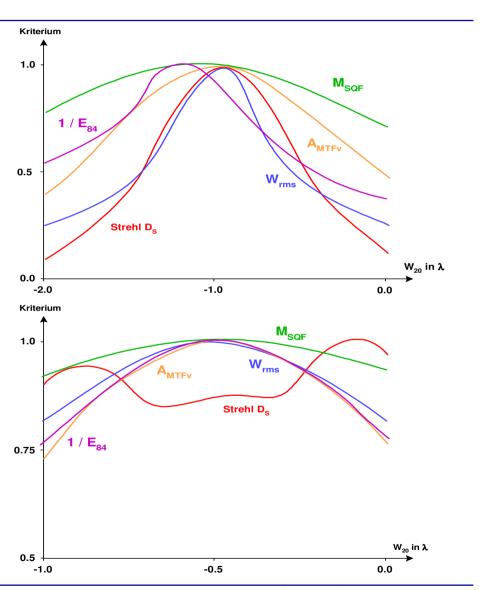
Inhalt / Übersicht

7. Gütekriterien

- 7.1 Allgemeines
- 7.2 Fokussierung
- 7.3 Geometrische Aberrationen
- 7.4 Rayleigh- und Marechalkriterien
- 7.5 Wellenaberrationen
- 7.6 Punktbild und Punktauflösung
- 7.7 MTF, Linienauflösung
- 7.8 Kantenauflösung
- 7.9 Sonstige Kriterien
- 7.10 Laserstrahlqualität M²
- 7.11 Vergleiche

Vergleich von Gütekriterien

- Vergleich verschiedener Gütekriterien für ein System mit 1 λ Astigmatismus, aufgetragen über der Defokussierung
- Vergleich verschiedener Gütekriterien für ein System mit 1 λ sphärischer Aberration, aufgetragen über der Defokussierung
- Entsprechende Kurven anderer Form ergeben sich bei anderen Bildfehlern



Vergleich verschiedener Gütekriterien

Wellen- aberration	Wert	Definitions- helligkeit D _S	Rel. Radius für Energie E ₈₄	Übertragung A _{MTFv}
Sphärisch	$W_{40} = 2.0 \cdot \lambda$	0.39	2.7	0.44
	$W_{40} = 3.0 \cdot \lambda$	0.27	3.9	0.36
Astigmatismus	$W_{22} = 0.6 \cdot \lambda$	0.55	1.4	0.83
	$W_{22} = 1.3 \cdot \lambda$	0.16	2.3	0.39
	$W_{22} = 2.3 \cdot \lambda$	0.09	3.6	0.22
Koma	$W_{31} = 1.0 \cdot \lambda$	0.57	2.0	0.68
	$W_{31} = 2.0 \cdot \lambda$	0.20	3.5	0.35
	$W_{31} = 3.0 \cdot \lambda$	0.11	5.0	0.24

Vergleich Leistungsdurchmesser

 Die Leistungsdurchmesser hängen über das Strahlprofil kompliziert mit dem 2. Momenten-Durchmesser zusammen

